Analysis (War mal Teil einer Schulaufgabe von mir)

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto \frac{x^2 - a^2}{2x+2}$; $a \in \mathbb{R}$ und $a \geq 0$; mit ihrer maximalen Definitionsmenge. Der Graph einer solchen Funktion wird mit G_{fa} bezeichnet.

1.1 Untersuchen Sie die Art der Definitionslücke der Funktion f_a in Abhängigkeit von a. Geben Sie im Falle einer behebbaren Definitionslücke den Funktionsterm in möglichst einfacher Form an. [4]

1.2 Zeigen Sie, dass alle Graphen der Funktion f_a dieselben Asymptoten besitzen. [4]

1.3 Weisen Sie nach, dass für die Funktionsgleichung der ersten Ableitungsfunktion von f_a gilt:

$$f_a'(x) = \frac{x^2 + 2x + a^2}{2(x+1)^2}$$

Untersuchen Sie, ob es Werte für a gibt, so dass der Graph G_{fa} einen Terrassenpunkt besitzt. [6]

1.4.0 **Ab nun sei a = 0.** Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.4.1 Ermitteln Sie für G_f nur mit Hilfe von f' Art und Koordinaten aller relativen Extrempunkte. [5]

1.4.2 Geben Sie die Gleichungen sämtlicher Asymptoten an. Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse die Graphen der Asymptoten sowie G_f für $-3 \leq x \leq 4$ ein Koordinatensystem. (1LE = 2cm) [6]

Bemerkungen:

- Wie wäre es denn, wenn a < 0 ist ? Welche Ergebnisse ändern sich ? (→ Geogebra)
- Geht eine Untersuchung der Art der Extrempunkte mit f“ (2. Abl.) leichter ? (→selber rechnen, kommt das gleiche raus ?)
- Für 1.2 : Wie sehen die Graphen aus ? Bezüglich welchen Wert von a unterscheiden Sie sich grundsätzlich. Rechnung ? (Tipp: a <>1)
- Mehr Fragen tun sich beim Spielen mit GeoGebra auf.

Bitte auch die anderen Aufgaben mit GeoGebra nachprüfen ! (Schieberegler !)